



Đề kiểm tra rèn luyện

♦ **Đề 1:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng

- A. $s^2 = \sqrt{3}$. B. $s^2 = 3$. C. $s^2 = 9$. D. $s^2 = 6$.

Lời giải

Phương sai: $s^2 = 9$.

Câu 2: Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng

- A. 4. B. 5. C. 256. D. 50.

Lời giải

Ta có độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai số học của phương sai nên $s = 5$.

Câu 3: Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút) :

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là

- A. 598. B. 597. C. 2477,1. D. 256,2.

Lời giải

Trung bình thời gian chơi thể thao trong một ngày của một học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{10.5 + 30.9 + 50.12 + 70.10 + 90.6}{42} = \frac{360}{7} = 51,42857143$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{5.10^2 + 9.30^2 + 12.50^2 + 10.70^2 + 6.90^2}{42} - \left(\frac{360}{7} \right)^2 = \frac{29300}{49} = 597,9591837 \approx 598$$

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là $S^2 \approx 598$

Câu 4: Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$	$[31; 34)$	$[34; 37)$
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng

A. (17;19).

B. (20;21).

C. (19;20).

D. (23;25).

Lời giải

Nhiệt độ trung bình trong một ngày là:

$$\bar{x} = \frac{20,5.5 + 23,5.7 + 26,5.8 + 29,5.16 + 32,5.12 + 35,5.7}{55} = 28,9$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{20,5^2.5 + 23,5^2.7 + 26,5^2.8 + 29,5^2.16 + 32,5^2.12 + 35,5^2.7}{55} - 28,9^2 = 19,44$$

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là $S^2 = 19,4$

Câu 5: Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình theo mẫu số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm [70;80). Giá trị đại diện của nhóm này là

A. 70.

B. 75.

C. 40. D. 80.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [70;80) là 75.

Câu 6: Số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 85 khách mua nước rửa chén tại một cửa hàng tiện ích được cho bằng bảng số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm [80;90). Độ dài của nhóm này là

A. 10.

B. 60.

C. 80. D. 90.

Lời giải

Độ dài của nhóm [80;90) là $90 - 80 = 10$.

Câu 7: Một Vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $19 - 14 = 5$.

Câu 8: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. [14;15).

B. [15;16).

C. [16;17).

D. [17;18).

Lời giải

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_5 + x_6}{2}$. Do x_5, x_6 đều thuộc nhóm $[16;17)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[16;17)$.

Câu 9: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14;15)$	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm của tứ phân vị thứ ba là

- A.** $[14;15)$. **B.** $[15;16)$. **C.** $[16;17)$. **D.** $[17;18)$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 1 + 3 + 8 + 6 + 2 = 20$. Gọi $x_1, \dots, x_{20}$ là tuổi thọ của 20 con hổ này và giả sử rằng dãy số liệu gốc này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[17;18)$.

Câu 10: Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A.** Khoảng biến thiên. **B.** Khoảng tứ phân vị.
C. Phương sai. **D.** Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Theo các công thức tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, phương sai, độ lệch chuẩn ta thấy khoảng tứ phân vị là không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu và nhóm số liệu cuối.

Câu 11: Nếu thay đổi tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi ?

- A.** Khoảng biến thiên
B. Khoảng tứ phân vị
C. Phương sai
D. Độ lệch chuẩn

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $R = a_{k+1} - a_1$ ta thấy khoảng biến thiên không phụ thuộc vào các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm nên khoảng biến thiên sẽ không thay đổi khi tần số thay đổi.

Câu 12: Bảng bên dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một nhà sách

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40;50)$	5	5
$[50;60)$	8	13
$[60;70)$	25	38
$[70;80)$	20	58

[80;90)	2	60
	$n = 60$	

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

A. 65.

B. 66.

C. 60. **D.** 70.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là $\frac{45 \times 5 + 55 \times 8 + 65 \times 25 + 75 \times 20 + 85 \times 2}{60} = 66.$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khảo sát tuổi thọ của một loại bóng đèn được hai phân xưởng A và B cùng sản xuất cho ở bảng sau:

Tuổi thọ (tháng)	[24;27)	[27;30)	[30;33)	[33;36)	[36;39)
Phân xưởng A	4	8	10	6	2
Phân xưởng B	5	7	9	7	2

a) Giá trị đại diện tuổi thọ bóng đèn của nhóm [27;30) là 28 tháng.

b) Khi phương sai của mẫu số liệu giảm 4 lần thì độ lệch chuẩn giảm 16 lần.

c) Tuổi thọ trung bình của bóng đèn mà hai phân xưởng sản xuất là bằng nhau.

d) Khi tuổi thọ trung bình của bóng đèn ở hai phân xưởng không quá chênh lệch, nếu độ lệch chuẩn càng nhỏ thì mẫu số liệu càng phân tán.

Lời giải

a) Giá trị đại diện của nhóm [27;30) là $x_2 = \frac{27+30}{2} = 28,5.$

Mệnh đề sai.

b) Gọi s^2, s là phương sai và độ lệch chuẩn ban đầu.

s'^2, s' là phương sai và độ lệch chuẩn sau khi mẫu số liệu thay đổi.

Theo bài, $s'^2 = \frac{s^2}{4}$

Khi đó, độ lệch chuẩn sau khi mẫu số liệu thay đổi là $s' = \sqrt{s'^2} = \sqrt{\frac{s^2}{4}} = \frac{s}{2}$

Vậy khi phương sai giảm 4 lần thì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu giảm 2 lần.

Mệnh đề sai.

c) Ta có bảng sau:

Giá trị đại diện	25,5	28,5	31,5	34,5	37,5
Phân xưởng A	4	8	10	6	2
Phân xưởng B	5	7	9	7	2

Số trung bình của phân xưởng A là $\bar{x}_A = \frac{25,5.4 + 28,5.8 + 31,5.10 + 34,5.6 + 37,5.2}{30} = 30,9$

Số trung bình của phân xưởng B là $\bar{x}_B = \frac{25,5.5 + 28,5.7 + 31,5.9 + 34,5.7 + 37,5.2}{5 + 7 + 9 + 7 + 2} = 30,9$

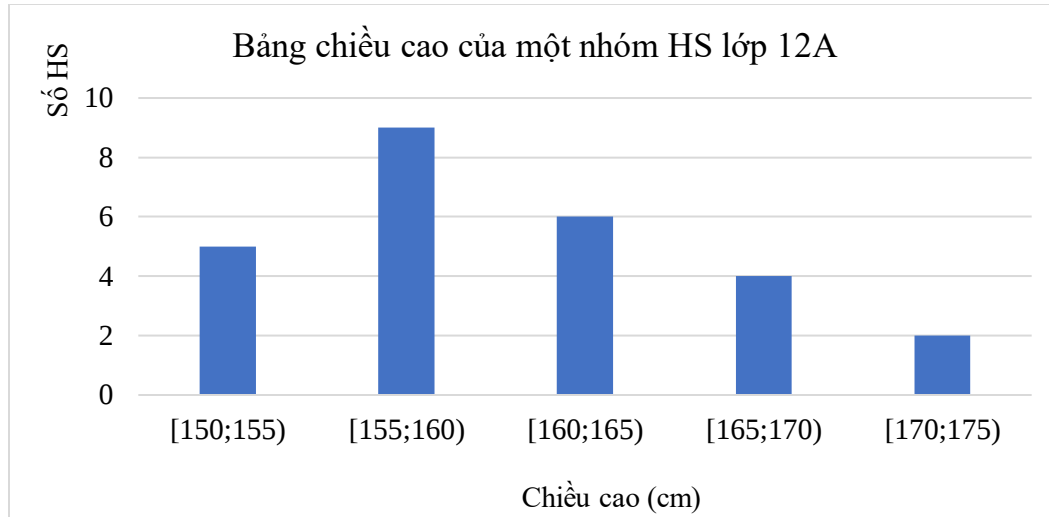
Tuổi thọ trung bình của bóng đèn mà hai phân xưởng sản xuất là bằng nhau.

Mệnh đề đúng.

d) Khi tuổi thọ trung bình của bóng đèn ở hai phân xưởng không quá chênh lệch, nếu độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Mệnh đề sai.

Câu 2: Khảo sát chiều cao (cm) của một nhóm HS lớp 12A được cho ở bảng dưới:



a) Giá trị đại diện của nhóm chiều cao [165;170) là 167,5 cm.

b) Nếu độ lệch chuẩn của mẫu số liệu tăng 4 lần thì phương sai của mẫu số liệu trên tăng 2 lần.

c) Sau một năm, khảo sát lại chiều cao của nhóm HS trên nhận được bảng số liệu chiều cao ghép nhóm không đổi. Khi đó, chiều cao trung bình của mẫu số liệu gốc tăng lên, nhưng chiều cao trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm không thay đổi.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu không phụ thuộc vào chiều cao trung bình của nhóm HS trên là $\bar{x} = \frac{2085}{12}$.

Lời giải

a) Giá trị đại diện của nhóm chiều cao [165;170) là $x_4 = \frac{165 + 170}{2} = 167,5$.

Mệnh đề đúng.

b) Gọi s^2, s là phương sai và độ lệch chuẩn ban đầu.

s'^2, s' là phương sai và độ lệch chuẩn sau khi mẫu số liệu thay đổi.

Theo bài, $s' = 4s$.

Khi đó, phương sai sau khi mẫu số liệu thay đổi là $s'^2 = (s')^2 = (4s)^2 = 16s^2$.

Vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu tăng 4 lần thì phương sai của mẫu số liệu trên tăng 16 lần.

Mệnh đề sai.

c) Sau một năm chiều cao của từng HS tăng lên nên chiều cao trung bình của mẫu số liệu gốc tăng lên.

Sau một năm, bảng số liệu chiều cao ghép nhóm không đổi nên chiều cao trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm không đổi.

Mệnh đề đúng.

d) Xử lí số liệu:

Giá trị đại diện	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số HS (Tần số)	5	9	6	4	2

Giá trị chiều cao trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{152,5 \cdot 5 + 157,5 \cdot 9 + 162,5 \cdot 6 + 167,5 \cdot 4 + 172,5 \cdot 2}{5 + 9 + 6 + 4 + 2} = \frac{2085}{13}.$$

Mệnh đề sai.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 .

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm luôn lớn hơn hoặc bằng khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.

c) Khoảng biến thiên được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng biến thiên càng nhỏ thì mẫu số liệu càng phân tán.

d) Khoảng tứ phân vị được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Lời giải

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $Q_3 - Q_1$

Mệnh đề sai.

b)

Mệnh đề đúng.

c) Khoảng biến thiên được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng biến thiên càng “**lớn**” thì mẫu số liệu càng phân tán.

Mệnh đề sai.

d) Khoảng tứ phân vị được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Mệnh đề đúng.

Câu 4: Bác tài xế A và bác tài xế B thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mà hai bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
-------------------------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Số ngày bác tài A lái xe	5	10	9	4	2
Số ngày bác tài B lái xe	4	8	12	6	0

- a) Khoảng biến thiên về độ dài quãng đường đi mỗi ngày của bác tài A và B ở mẫu số liệu trên bằng nhau.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu về độ dài quãng đường mỗi ngày của bác tài A lớn hơn bác tài B
- c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu về quãng đường mỗi ngày của bác tài B thuộc nhóm $[150; 200)$.
- d) Theo khoảng biến thiên thì độ dài quãng đường mỗi ngày của bác tài A phân tán hơn độ dài quãng đường mỗi ngày bác tài. **B.**

Lời giải

- a) Khoảng biến thiên về độ dài quãng đường đi của bác tài A là $300 - 50 = 250$.
Khoảng biến thiên về độ dài quãng đường đi của bác tài B là $250 - 50 = 200$.

Mệnh đề sai.

- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu về độ dài quãng đường mỗi ngày của bác tài A là
- $$Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} \cdot 50 = 112,5.$$

- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu về độ dài quãng đường mỗi ngày của bác tài B là
- $$Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 4}{8} \cdot 50 = 121,875.$$

Mệnh đề sai.

- c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu về quãng đường mỗi ngày của bác tài B là x_{23} nên thuộc nhóm $[150; 200)$.

Mệnh đề đúng.

- d) Vì khoảng biến thiên về độ dài quãng đường đi của bác tài A lớn hơn bác tài B nên mức độ phân tán về độ dài quãng đường bác A nhiều hơn bác B.

Mệnh đề đúng.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Về trung bình, đầu tư vào lĩnh vực nào đem lại tiền lãi cao hơn?

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Trung bình tiền lãi đầu tư vào lĩnh vực A là: $\bar{x}_A = 18,5$

Trung bình tiền lãi đầu tư vào lĩnh vực B là: $\bar{x}_B = 16,9$

Vì $\bar{x}_A = 18,5 > \bar{x}_B = 16,9$ nên đầu tư vào lĩnh vực A thì đem lại lãi cao hơn lĩnh vực **B**.

Câu 2: Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm tra tốc độ (đơn vị: km/h) được thống kê lại như sau:

Tốc độ (km/h)	[42; 46)	[46; 50)	[50; 54)	[54; 58)	[58; 62)
Số xe	3	7	4	3	3

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Từ bảng tần số ghép nhóm, ta có bảng sau:

Tốc độ (km/h)	[42; 46)	[46; 50)	[50; 54)	[54; 58)	[58; 62)
Giá trị đại diện	44	48	52	56	60
Số xe	3	7	4	3	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm
là: $\bar{x}' = \frac{3.44 + 7.48 + 4.52 + 3.56 + 3.60}{20} = 51,2$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$(S')^2 = \frac{1}{20} [3.44^2 + 7.48^2 + 4.52^2 + 3.56^2 + 3.60^2 + \dots] - (51,2)^2 = 26,56$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S' = \sqrt{(S')^2} = \sqrt{26,56} \approx 5,154.$

Câu 3: Trong quá trình tập luyện chạy bộ để nâng cao sức khỏe, hai bạn An và Bình có cách tập luyện riêng được thống kê theo 1 tháng như bảng sau:

Số km Mỗi ngày	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số ngày An chạy	6	6	6	6	6
Số ngày Bình chạy	1	2	24	2	1

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu mỗi bạn. Có thể dựa vào độ lệch chuẩn để đánh giá mức độ tập luyện để đạt của hai bạn không?

Lời giải

Ta có giá trị trung bình của An (A) và Bình (B) lần lượt là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{30}(6 \times 5 + 6 \times 7 + 6 \times 9 + 6 \times 11 + 6 \times 13) = 9$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{30}(1 \times 5 + 2 \times 7 + 24 \times 9 + 2 \times 11 + 1 \times 13) = 9$$

Độ lệch chuẩn của hai bạn lần lượt là

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{30}(6 \times 5^2 + 6 \times 7^2 + 6 \times 9^2 + 6 \times 11^2 + 6 \times 13^2)} \approx 9,43$$

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{30}(1 \times 5^2 + 2 \times 7^2 + 24 \times 9^2 + 2 \times 11^2 + 1 \times 13^2)} = 9,09$$

Độ lệch chuẩn của hai bạn tương đối gần nhau. Tuy nhiên, không thể dựa vào độ lệch chuẩn không thể kết luận mức độ tập luyện đều đặn của hai bạn.

Câu 4: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về khối lượng (đơn vị: gram) của 30 củ khoai tây như sau:

Khối lượng	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)	[110;120)
Tần số	3	6	12	6	3

Giá trị đại diện của nhóm [90;100)

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [90;100) là: $\frac{90+100}{2} = 95.$

Câu 5: Trong bài thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, bạn Minh tiến hành đo 12 lần, kết quả như sau:

Hiệu điện thế đo được (Vôn)	[3,85; 3,90)	[3,90; 3,95)	[3,95; 4,00)	[4,00; 4,05)
Số lần đo	2	3	5	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

Trả lời: 0,048.

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	3,875	3,925	3,975	4,025
Số lần đo	2	3	5	2

Hiệu điện thế trung bình của mạch điện là

$$\bar{x} = \frac{1}{12}(2.3,875 + 3.3,925 + 5.3,975 + 2.4,025) \approx 3,954(\text{V}).$$

Độ lệch chuẩn của hiệu điện thế của mạch điện là

$$s = \sqrt{\frac{1}{12}(2.3,875^2 + 3.3,925^2 + 5.3,975^2 + 2.4,025^2) - 3,954^2} \approx 0,05.$$

Câu 6: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 m của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[10;10,4)	[10,4;10,8)	[10,8;11,2)	[11,2;11,6)	[11,6;12,0)
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 0,17.

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	10,2	10,6	11	11,4	11,8
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Thời gian trung bình mỗi lần chạy của vận động viên trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(3.10,2 + 8.10,6 + 6.11 + 2.11,4 + 1.11,8) = 10,8 \text{ (giây)}.$$

Phương sai của thời gian chạy của vận động viên trên là

$$s^2 = \frac{1}{20}(3.10,2^2 + 8.10,6^2 + 6.11^2 + 2.11,4^2 + 1.11,8^2) - 10,8^2 = 0,17.$$

♦ **Đề 2:**

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Để đo mức độ phân tán về nhiệt độ không khí trung bình các tháng của năm 2023 tại Hà Nội, đại lượng thích hợp là

A. Số trung bình. **B.** Số trung vị. **C.** Phương sai. **D.** Mốt.

Lời giải

Đại lượng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu là phương sai.

Đáp án: C.

Câu 2: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng 1. Gọi $\bar{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
	x_2	n_2

$[a_2; a_3)$	...	...
....	x_m	n_m
$[a_m; a_{m+1})$		
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n} ..$

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}} ..$

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}} ..$

D. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m} .$

Lời giải

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bởi công thức:

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}} .$$

Đáp án: C.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Tuổi các học viên của một lớp tiếng Anh buổi tối ở một trung tâm ghi lại trong bảng tần số ghép lớp sau

Lớp	Tần số
[15;20)	10
[20;25)	12
[25;30)	14
[30;35)	9
[35;40)	5

Tính số trung bình.

A. 26,2.

B. 27,3.

C. 28,4.

D. 29,5.

Lời giải.

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[15;20)	17,5	10
[20;25)	22,5	12
[25;30)	27,5	14
[30;35)	32,5	9
[35;40)	37,5	5
		N=50

Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{17,5.10 + 22,5.12 + 27,5.14 + 32,5.9 + 37,5.5}{50} = 26,2.$$

Câu 4: [Mức độ 1] Nghiên cứu mức tiêu thụ xăng của một loại ô tô, một công ti chế tạo ô tô ở Mỹ đã cho 35 xe chạy thử và xác định xem với 1 galông xăng (1 galông = 4,546 lít), một xe chạy được bao nhiêu dặm (1 dặm = 1,609 km). Kết quả được cho trong bảng tần số ghép lớp sau đây

Lớp	Tần số
[20;25)	2
[25;30)	7
[30;35)	15
[35;40)	8
[40;45)	3

Tính số trung bình.

A. 32,93.

B. 31,83.

C. 30,73.

D. 29,63.

Lời giải

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[20;25)	22,5	2
[25;30)	27,5	7
[30;35)	32,5	15
[35;40)	37,5	8
[40;45)	42,5	3
		N=35

Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{22,5.2 + 27,5.7 + 32,5.15 + 37,5.8 + 42,5.3}{35} \approx 32,93.$$

Câu 5: [Mức độ 1] Số tiền điện phải trả của 50 hộ trong khu phố A được thống kê trong bảng phân bố tần số sau đây (đơn vị nghìn đồng).

Lớp	Tần số
[375;450)	6
[450;525)	15
[525;600)	10
[600;675)	6
[675;750)	9
[750;825)	4
N=50	

Tính số trung bình.

A. 576.

B. 587.

C. 598.

D. 609.

Lời giải

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[375;450)	412,5	6

[450;525)	487,5	15
[525;600)	562,5	10
[600;675)	637,5	6
[675;750)	712,5	9
[750;825)	787,5	4
		N=50

Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{412,5.6 + 487,5.15 + 562,5.10 + 637,5.6 + 712,5.9 + 787,5.4}{50} = 576.$$

Câu 6: **[Mức độ 1]** Một cửa hàng ăn ghi lại số tiền (nghìn đồng) mà mỗi khách trả cho cửa hàng. Các số liệu được trình bày trong bảng tần số ghép lớp sau:

Lớp	Tần số
[0;100)	20
[100;200)	80
[200;300)	70
[300;400)	30
[400;500)	10
N=210	

Tính số trung bình.

A. 216,67.

B. 217,78.

C. 218,89.

D. 219,90.

Lời giải

Lớp	Giá trị đại diện	Tần số
[0;100)	50	20
[100;200)	150	80
[200;300)	250	70
[300;400)	350	30
[400;500)	450	10
		N=210

Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{50.20 + 150.80 + 250.70 + 350.30 + 450.10}{210} \approx 216,67$$

Câu 7: **[Mức độ 2]** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

A. $s^2 \approx 4,87$.

B. $s^2 \approx 2,87$.

C. $s^2 \approx 1,87$.

D. $s^2 \approx 3,87$.

Lời giải

Ta viết lại bảng ở đề bài như sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)	
Giá trị đại diện	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	
Số học sinh	3	12	15	24	2	$n = 56$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{3.11,5 + 12.13,5 + 15.15,5 + 24.17,5 + 2.19,5}{56} \approx 15,86 \text{ (phút)}$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$s^2 = \frac{1}{56} \left[3.(11,5 - 15,86)^2 + 12.(13,5 - 15,86)^2 + 15.(15,5 - 15,86)^2 + 24.(17,5 - 15,86)^2 + 2.(19,5 - 15,86)^2 \right] \approx 3,87$$

Câu 8: Cho bảng số liệu số calo tiêu thụ của một người trưởng thành trong một tuần được ghép nhóm như sau, tìm khoảng biến thiên của bảng số liệu sau

Số calo tiêu thụ	[20000; 22000)	[22000; 24000)	[24000; 26000)	
Tần số	1	2	4	$n = 7$

A. 2000.

B. 3000.

C. 1000.

D. 1500.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 26000 - 24000 = 2000$.

Câu 9: Bảng số liệu ghép nhóm kết quả lượng tiêu thụ hàng mỹ phẩm của cửa hàng có thống kê từng ngày trong tháng (30 ngày), tìm khoảng tứ phân vị của bảng số liệu sau

	[50; 54)	[54; 58)	[58; 62)	[62; 66)	[66; 70)	[70; 74)	
Tần số	5	4	10	6	2	3	$n = 30$

A. 7,7.

B. 7,8.

C. 7,9.

D. 7,6.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{30}$ là số lượng tiêu thụ hàng mỹ phẩm của cửa hàng và giả sử số liệu được sắp xếp theo chiều không giảm

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_8 nên nhóm chứa phân vị thứ nhất là nhóm

$$[54; 58) \text{ suy ra } Q_1 = 54 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{4} \cdot 4 = 56,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x_{23} nên nhóm chứa phân vị thứ nhất là nhóm $[62; 66)$

$$\text{suy ra } Q_3 = 62 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 4 + 10)}{6} \cdot 4 = 64,3$$

Vậy khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 64,3 - 56,5 = 7,8$.

Câu 10: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Biết phương sai của mẫu số liệu được tính theo công thức:

$$S^2 = \frac{1}{n} [m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + \dots + m_k x_k^2] - \bar{x}^2. \text{ Khi đó giá trị của phương sai là}$$

A. 0,1314.

B. 11,62.

C. 3,39.

D. 0,36.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{20} [3 \cdot (2,85)^2 + 6 \cdot (3,15)^2 + 5 \cdot (3,45)^2 + 4 \cdot (3,75)^2 + 2 \cdot (4,05)^2] - (3,39)^2 = 0,1314.$$

Câu 11: Cho bảng phân bố tần số ghép lớp về độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành như sau sau

Độ dài (cm)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
Tần số	8	18	24	10

Tính phương sai bảng phân bố tần số ghép lớp đã cho

A. $s_x^2 = 83$.

B. $s_x^2 = 84$.

C. $s_x^2 = 85$.

D. $s_x^2 = 86$.

Lời giải

Độ dài (cm)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
-------------	----------	----------	----------	----------

Giá trị đại diện	15	25	35	45
Tần số	8	18	24	10

Trước hết ta có $\bar{x} = \frac{15 \cdot 8 + 25 \cdot 18 + 35 \cdot 24 + 45 \cdot 10}{60} = 31.$

Khi đó phương sai $s_x^2 = \frac{8 \cdot (15 - 31)^2 + 18 \cdot (25 - 31)^2 + 24 \cdot (35 - 31)^2 + 10 \cdot (45 - 31)^2}{60} = 84.$

Câu 12: Hằng ngày anh An đều đi xe máy từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian 60 lần anh An đi xe máy từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)	[23;25)
Số lần	6	10	28	12	4

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên?

A. $\frac{71}{30}.$

B. 2,5.

C. $\frac{12}{5}.$

D. 2,7.

Lời giải

Tứ phân vị thứ nhất là x_{15} nên $Q_1 = 17 + \frac{\frac{60}{4} - 6}{10} \cdot 2 = 18,8.$

Tứ phân vị thứ ba là x_{45} nên $Q_3 = 21 + \frac{\frac{60 \cdot 3}{4} - 44}{12} \cdot 2 = \frac{127}{6}.$

Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{127}{6} - 18,8 = \frac{71}{30}.$

Phân 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: . Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5;10)	[10;15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị đại diện nhóm [5;10) là 5.

b) Thời gian xem tivi trung bình của học sinh là $\bar{x} = 8,4375$ (giờ)..

c) Phương sai của mẫu số liệu đã cho bằng 28,81 (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớn hơn 5.

Lời giải

Trong mỗi khoảng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2
Giá trị đại diện	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5

Do đó

khẳng định a) sai.

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2,5 + 16 \times 7,5 + 4 \times 12,5 + 2 \times 17,5 + 2 \times 22,5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375 \text{ (giờ)}.$$

Do đó khẳng định b) đúng.

Phương sai của mẫu số liệu đã cho bằng :

$$s^2 = \frac{8 \cdot (2,5 - 8,4375)^2 + 16 \cdot (7,5 - 8,4375)^2 + 4 \cdot (12,5 - 8,4375)^2 + 2 \cdot (17,5 - 8,4375)^2 + 2 \cdot (22,5 - 8,4375)^2}{32} \approx 28,81$$

Do đó khẳng định c) đúng.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu $s \approx \sqrt{28,81} \approx 5,37 > 5$.

Do đó khẳng định d) đúng.

Câu 2: Ta có các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	3
[6,46 ; 6,70)	6,58	7
[6,70 ; 6,94)	6,82	5
[6,94 ; 7,18)	7,06	20
[7,18 ; 7,42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 15

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6,22 ; 6,46)	6,34	2
[6,46 ; 6,70)	6,58	5
[6,70 ; 6,94)	6,82	8
[6,94 ; 7,18)	7,06	19
[7,18 ; 7,42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 16

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $\approx 6,92(m)$.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,26(m)$.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: $0,16$.

d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 là:

$$\bar{x}_D = \frac{3 \cdot 6,34 + 7 \cdot 6,58 + 5 \cdot 6,82 + 20 \cdot 7,06 + 5 \cdot 7,30}{40} = \frac{276,88}{40} \approx 6,92(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_D^2 = \frac{1}{40} \left[3 \cdot (6,34 - 6,92)^2 + 7 \cdot (6,58 - 6,92)^2 + 5 \cdot (6,82 - 6,92)^2 + 20 \cdot (7,06 - 6,92)^2 + 5 \cdot (7,30 - 6,92)^2 \right] = \frac{2,9824}{40} \approx 0,07.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_D \approx \sqrt{0,07} \approx 0,26(m)$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 là:

$$\bar{x}_H = \frac{2 \cdot 6,34 + 5 \cdot 6,58 + 8 \cdot 6,82 + 19 \cdot 7,06 + 6 \cdot 7,30}{40} = \frac{278,08}{40} \approx 6,95(m).$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

$$s_H^2 = \frac{1}{40} \left[2 \cdot (6,34 - 6,95)^2 + 5 \cdot (6,58 - 6,95)^2 + 8 \cdot (6,82 - 6,95)^2 + 19 \cdot (7,06 - 6,95)^2 + 6 \cdot (7,30 - 6,95)^2 \right] = \frac{2,5288}{40} \approx 0,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $s_H \approx \sqrt{0,06} \approx 0,24(m)$

Do $s_H \approx 0,24 < s_D \approx 0,26$ nên kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.

Câu 3: Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	15
[15; 20)	17,5	18
[20; 25)	22,5	10
[25; 30)	27,5	10
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	2
		$n = 60$

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[10; 15)	12,5	25
[15; 20)	17,5	15
[20; 25)	22,5	7
[25; 30)	27,5	5
[30; 35)	32,5	5
[35; 40)	37,5	3
		$n = 60$

Bảng 1

Bảng 2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 52,91

b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:
 $\bar{x}_A = \frac{15 \cdot 12,5 + 18 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 10 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 2 \cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là:

$$s_A^2 = \frac{15 \cdot \left(12,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 18 \cdot \left(17,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(22,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(27,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{62}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(37,5 - \frac{62}{3}\right)^2}{60} \approx 49,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $s_A = \sqrt{s_A^2} = \sqrt{49,14} \approx 7$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:
 $\bar{x}_B = \frac{25 \cdot 12,5 + 15 \cdot 17,5 + 7 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5 + 5 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5}{60} = \frac{229}{12}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là:

$$s_B^2 = \frac{25 \cdot \left(12,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 15 \cdot \left(17,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 7 \cdot \left(22,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 5 \cdot \left(27,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} + \frac{5 \cdot \left(32,5 - \frac{229}{12}\right)^2 + 3 \cdot \left(37,5 - \frac{229}{12}\right)^2}{60} \approx 57,91$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là: $s_B = \sqrt{s_B^2} = \sqrt{57,91} \approx 7,61$

Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn

Câu 4: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

Bảng 24

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là: 16,5
- b) Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28
- c) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: 4,235
- d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

- Xét số liệu ở Đà Lạt:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 0, cf_2 = 2, cf_3 = 3, cf_4 = 9, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 3 là nhóm [81,6; 84,9) có $s = 81,6, h = 3,3, n_3 = 1$ và nhóm 2 là nhóm [78,3; 81,6) có $cf_2 = 2$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 81,6 + \left(\frac{3 - 2}{1} \right) \cdot 3,3 = 84,9$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.12}{4} = 9$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9.

Xét nhóm 4 là nhóm $[84,9;88,2)$ có $t = 84,9, l = 3,3, n_4 = 6$ và nhóm 3 là nhóm $[81,6;84,9)$ có $cf_3 = 3$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 84,9 + \left(\frac{9 - 3}{6} \right) \cdot 3,3 = 88,2$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 88,2 - 84,9 = 3,3$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:
 $\bar{x}_1 = \frac{0.76,65 + 2.79,95 + 83,25 + 6.86,55 + 3.89,85}{12} = 86$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{0(76,65 - 86)^2 + 2(79,95 - 86)^2 + (83,25 - 86)^2 + 6(86,55 - 86)^2 + 3(89,95 - 86)^2}{12} = 10,7825$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{10,7825} \approx 3,28$

- Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 5, cf_2 = 11, cf_3 = 12, cf_4 = 12, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 1 là nhóm $[75;78,3)$ có $s = 75, h = 3,3, n_1 = 5$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 75 + \left(\frac{3 - 0}{5} \right) \cdot 3,3 = 76,98$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.12}{4} = 9$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9.

Xét nhóm 2 là nhóm $[78,3;81,6)$ có $t = 78,3, l = 3,3, n_2 = 6$ và nhóm 1 là nhóm $[75;78,3)$ có $cf_1 = 5$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_1}{n_2} \right) \cdot l = 78,3 + \left(\frac{9 - 5}{6} \right) \cdot 3,3 = 77,2$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 77,2 - 76,98 = 0,22$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{5.76,65 + 6.79,95 + 83,25}{12} = 78,85$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{5(76,65 - 78,85)^2 + 6(79,95 - 78,85)^2 + (83,25 - 78,85)^2}{12} = 4,235$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{4,235} \approx 2,06$

Vùng Tàu có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Câu 1: Cho bảng số liệu: ĐỘ TUỔI CỦA CÔNG NHÂN TỔ 1

Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	
Tần số	3	3	6	4	4	n = 20

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 6 có dạng $[a;b)$. Tính $a+b$.

Lời giải

Ta có nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 6 là $[34;43)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 34 \\ b = 43 \end{cases} \Rightarrow a + b = 77$$

Câu 2: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau

Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	[70;79)	[79;88)	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	n = 100

Tính giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1 .

Lời giải

Ta có số phần tử của mẫu là $n = 100 \Rightarrow \frac{n}{4} = 25$. Mà $13 < 25 < 32$

Suy ra nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25 là $[34;43)$

$$\Rightarrow \begin{cases} s = 34 \\ h = 9 \\ n_2 = 19 \\ cf_1 = 13 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 34 + \left(\frac{25 - 13}{19} \right) \cdot 9 = 39,7$$

Câu 3: Đo chiều cao của 45 học sinh của lớp 10A người ta tính được các giá trị $Q_1 = 152cm$, $Q_3 = 165cm$. Tính khoảng tứ phân vị Δ_Q

Lời giải

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 165 - 152 = 13$

Câu 4: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau

Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	[70;79)	[79;88)	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	

Tần số	13	19	11	14	12	15	16	n = 100
---------------	----	----	----	----	----	----	----	------------

Tính chiều cao trung bình của cây trong vườn ươm trên .

Lời giải

Ta có:

$$\bar{x} = \frac{29,5.13 + 38,5.19 + 47,5.11 + 56,5.14 + 65,5.12 + 74,5.15 + 83,5.16}{100} = 56,7$$

Câu 5: Khối lượng (đơn vị kg) của 20 con cá được cho bởi bảng sau đây

Lớp khối lượng (kg)	[0,6;0,8)	[0,8;1,0)	[1,0;1,2)	[1,2;1,4)	n
Giá trị đại diện	0,7	0,9	1,1	1,3	
Tần số	4	6	6	4	20

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Lời giải

Trả lời: 0,21

$$\text{Ta có: } \bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_4x_4}{n} \approx 1$$

$$\text{Phương sai: } s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_4(x_4 - \bar{x})^2}{n} \approx 0,042$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} \approx 0,205.$$

Câu 6: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau

Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	[70;79)	[79;88)	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	n = 100

Tính phương sai của mẫu số liệu trên .

Lời giải

Ta có:

$$\bar{x} = \frac{29,5.13 + 38,5.19 + 47,5.11 + 56,5.14 + 65,5.12 + 74,5.15 + 83,5.16}{100} = 56,7$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s_D^2 = \frac{1}{100} \left[(29,5 - 56,7)^2 .13 + (38,5 - 56,7)^2 .19 + (47,5 - 56,7)^2 .11 + (56,5 - 56,7)^2 .14 \right. \\ \left. + (65,5 - 56,7)^2 .12 + (74,5 - 56,7)^2 .15 + (83,5 - 56,7)^2 .16 \right] \\ \approx 340$$

♦Đề 3:

👉 **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

- A. Khoảng biến thiên.
- B. Khoảng tứ phân vị.
- C. Phương sai.
- D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn A

Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng không đổi là khoảng biến thiên.

Câu 2: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên: $19 - 14 = 5$

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15) .
- B. [15;16) .
- C. [16;17) .
- D. [17;18) .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ và $1 + 3 < 5 < 1 + 3 + 8$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm [16;17)

Câu 4: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

- A. [15;16) .
- B. [16;17) .
- C. [17;18) .
- D. [18;19) .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{3.20}{4} = 15$ và $1+3+8 < 15 < 1+3+8+6$ tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[17;18)$

Câu 5: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1,5.

B. 0,9.

C. 0,6.

D. 0,3.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $4,2 - 2,7 = 1,5(km)$

Câu 6: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25.

B. 20.

C. 15.

D. 30.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $45 - 20 = 25$ (phút)

Câu 7: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $18 - 8 = 10$ (giây)

Câu 8: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.** [7;9). **B.** [9;11). **C.** [11;13). **D.** [13;15).

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4.$$

Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: *km*) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (<i>km</i>)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A.** 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Câu 10: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: *km*) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (<i>km</i>)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41.

B. 11,62.

C. 0,017.

D. 0,36.

Lời giải

Chọn D

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

$$S^2 = \frac{3.2,85^2 + 6.3,15^2 + 5.3,45^2 + 4.3,75^2 + 2.4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Độ lệch chuẩn:

$$\sigma = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$$

Câu 11: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77.

B. 32.

C. 31.

D. 31,44.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$$

Câu 12: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98.

B. 6.

C. 2,44.

D. 2,5.

Lời giải

Chọn A

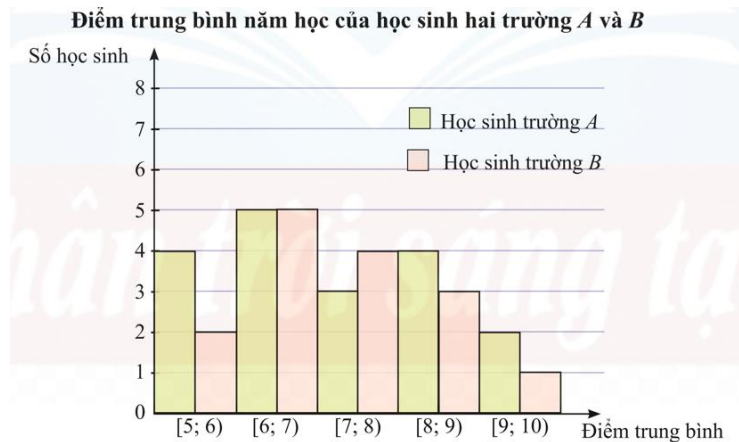
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{\frac{4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2}{25} - 12,68^2} \approx 5,98$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A là: 6,1
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: 1, 23
- c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Cỡ mẫu: $n_A = 18$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_4 \in [5; 6); x_5; \dots; x_9 \in [6; 7); x_{10}; \dots; x_{12} \in [7; 8); x_{12}; \dots; x_{16} \in [8; 9); x_{17}; x_{18} \in [9; 10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5} (7 - 6) = 6,1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 8 + \frac{\frac{3.18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4} (9 - 8) = 8,375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,275$

Cỡ mẫu: $n_B = 15$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{15}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2 \in [5; 6); y_3; \dots; y_7 \in [6; 7); y_8; \dots; y_{11} \in [7; 8); y_{12}; \dots; y_{14} \in [8; 9); y_{15} \in [9; 10)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5} (7 - 6) = 6,35$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q'_3 = 8 + \frac{\frac{3.15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3} (9 - 8) = 8,08$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = 1,73$

Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn

Xét số liệu của trường A:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_A = \frac{4.5,5 + 5.6,5 + 3.7,5 + 4.8,5 + 2.9,5}{18} = 7,22$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma_A = \sqrt{\frac{4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 3.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2}{18} - 7,22^2} \approx 1,79$$

Xét số liệu của trường B:

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_B = \frac{2.5,5 + 5.6,5 + 4.7,5 + 3.8,5 + 1.9,5}{15} = 7,23$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma_B = \sqrt{\frac{2.5,5^2 + 5.6,5^2 + 4.7,5^2 + 3.8,5^2 + 1.9,5^2}{15} - 7,23^2} \approx 1,31$$

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn

Câu 2: Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (đơn vị: độ C).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[16, 8; 19, 8)	18,3	2	[16, 8; 19, 8)	18,3	1
[19, 8; 22, 8)	21,3	3	[19, 8; 22, 8)	21,3	2
[22, 8; 25, 8)	24,3	2	[22, 8; 25, 8)	24,3	3
[25, 8; 28, 8)	27,3	1	[25, 8; 28, 8)	27,3	2
[28, 8; 31, 8)	30,3	4	[28, 8; 31, 8)	30,3	4
		$n = 12$			$n = 12$
Bảng 1			Bảng 2		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội là: 8,75
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,56
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Huế là: 12,75
- d) Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

- Xét số liệu ở Hà Nội:

+ Khoảng biến thiên: $R = 31,8 - 16,8 = 15$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 2, cf_2 = 5, cf_3 = 7, cf_4 = 8, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ mà $2 < 3 < 5$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 2 là nhóm $[19,8; 22,8)$ có $s = 19,8, h = 3, n_2 = 3$ và nhóm 1 là nhóm $[16,8; 19,8)$ có $cf_1 = 2$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 19,8 + \left(\frac{3 - 2}{3} \right) \cdot 3 = 20,8$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.12}{4} = 9$ mà $8 < 9 < 12$ suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 5 là nhóm $[28,8;31,8)$ có $t = 28,8, l = 3, n_5 = 4$ và nhóm 4 là nhóm $[25,8;28,8)$ có $cf_4 = 8$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_4}{n_5} \right) . l = 28,8 + \left(\frac{9 - 8}{4} \right) . 3 = 29,55$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 29,55 - 20,8 = 8,75$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:
 $\bar{x}_1 = \frac{2.18,3 + 3.21,3 + 2.24,3 + 27,3 + 4.30,3}{12} = 24,8$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{2(18,3 - 24,8)^2 + 3(21,3 - 24,8)^2 + 2(24,3 - 24,8)^2 + (27,3 - 24,8)^2 + 4(30,3 - 24,8)^2}{12} = 20,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{20,75} \approx 4,56$

- Xét số liệu ở Huế:

+ Khoảng biến thiên: $R = 31,8 - 16,8 = 15$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 1, cf_2 = 3, cf_3 = 6, cf_4 = 8, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 2 là nhóm $[19,8;22,8)$ có $s = 19,8, h = 3, n_2 = 2$ và nhóm 1 là nhóm $[16,8;19,8)$ có $cf_1 = 1$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_1}{n_2} \right) . h = 19,8 + \left(\frac{3 - 1}{2} \right) . 3 = 22,8$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.12}{4} = 9$ mà $8 < 9 < 12$ suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 5 là nhóm $[28,8;31,8)$ có $t = 28,8, l = 3, n_5 = 4$ và nhóm 4 là nhóm $[25,8;28,8)$ có $cf_4 = 8$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_4}{n_5} \right) . l = 28,8 + \left(\frac{9 - 8}{4} \right) . 3 = 29,55$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 29,55 - 22,8 = 6,75$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:
 $\bar{x}_2 = \frac{18,3 + 2.21,3 + 3.24,3 + 2.27,3 + 4.30,3}{12} = 25,8$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{(18,3-25,8)^2 + 3(21,3-25,8)^2 + 3(24,3-25,8)^2 + 2(27,3-25,8)^2 + 4(30,3-25,8)^2}{12} = 15,75$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{15,75} \approx 3,97$

Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Câu 3: Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Lớp \ Điểm trung bình					
	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: 5.
- b) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.
- c) Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{0,51}$.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

-Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là: $10-5=5$.

Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là: $10-6=4$.

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

-Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Lớp \ Giá trị đại diện					
	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

- Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1+11+22+6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40} (1 \cdot 5,5^2 + 11 \cdot 7,5^2 + 22 \cdot 8,5^2 + 6 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0,61}$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

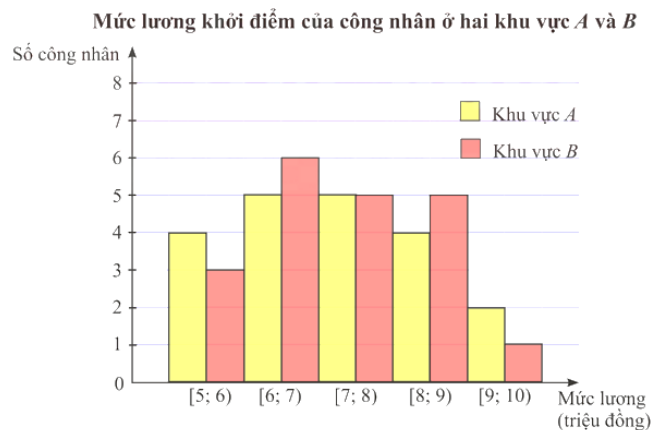
$$S_2^2 = \frac{1}{40} (6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2) - 8,3^2 = 1,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Chú ý: Trong bài toán trên, kết quả so sánh độ phân tán theo giá trị trung bình và độ lệch chuẩn có sự khác biệt. Điều này là do mẫu số liệu của học sinh lớp 11A có một giá trị ngoại lệ.

Câu 4: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu như sau:

Mức lương	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Mức lương đại diện (triệu đồng)	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Khu vực A	4	5	5	4	2
Khu vực B	3	6	5	5	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,25.

b) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{1,5875}$

c) Xét mẫu số liệu của khu vực B ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 1,3875.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- Xét mẫu số liệu của khu vực A :

Cỡ mẫu là $n_A = 4 + 5 + 5 + 4 + 2 = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{4.5,5 + 5.6,5 + 5.7,5 + 4.8,5 + 2.9,5}{20} = 7,25.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_A^2 = \frac{1}{20} (4.5,5^2 + 5.6,5^2 + 5.7,5^2 + 4.8,5^2 + 2.9,5^2) - (7,25)^2 = 1,5875$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_A = \sqrt{1,5875}$$

- Xét mẫu số liệu của khu vực B :

Cỡ mẫu là $n_B = 3 + 6 + 5 + 5 + 1 = 20$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{3.5,5 + 6.6,5 + 5.7,5 + 5.8,5 + 1.9,5}{20} = 7,25.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B^2 = \frac{1}{20} (3 \cdot 5,5^2 + 6 \cdot 6,5^2 + 5 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 8,5^2 + 1 \cdot 9,5^2) - (7,25)^2 = 1,2875.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B = \sqrt{1,2875}$$

Do $S_A > S_B$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

Chú ý: Với các mẫu số liệu ghép nhóm có cùng số trung bình (hoặc xấp xỉ nhau), ta thường sử dụng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ phân tán của các mẫu số liệu đó.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là một số thập phân xấp xỉ có dạng $\overline{a,b77}$.
Tính $a+b$.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

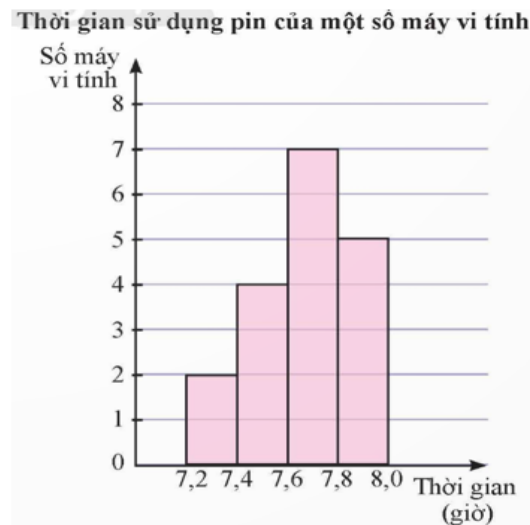
$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13 \cdot (19,25 - 20,015)^2 + 45 \cdot (19,75 - 20,015)^2 + 24 \cdot (20,25 - 20,015)^2 + 12 \cdot (20,75 - 20,015)^2 + 6 \cdot (21,25 - 20,015)^2 \right] \approx 0,277.$$

Suy ra $a = 0; b = 2 \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 2: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn đến hàng trăm).

Lời giải

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2.7,3 + 4.7,5 + 7.7,7 + 5.7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[2. \left(7,3 - \frac{23}{3} \right)^2 + 4. \left(7,5 - \frac{23}{3} \right)^2 + 7. \left(7,7 - \frac{23}{3} \right)^2 + 5. \left(7,9 - \frac{23}{3} \right)^2 \right] \approx 0,03.$$

Câu 3: Sau khi điều tra về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A ở một trường THPT X thu được kết quả trong mẫu ghép nhóm sau:

Nhóm	Tần số
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2
	$n = 40$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30; 40)	35	2
[40; 50)	45	10
[50; 60)	55	16
[60; 70)	65	8
[70; 80)	75	2
[80; 90)	85	2
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{35.2 + 45.10 + 55.16 + 65.8 + 75.2 + 85.2}{40} = 56$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{\frac{1}{40} \left[2 \cdot (35 - 56)^2 + 10 \cdot (45 - 56)^2 + 16 \cdot (55 - 56)^2 + 8 \cdot (65 - 56)^2 + 2 \cdot (75 - 56)^2 + 2 \cdot (85 - 56)^2 \right]}$$

$$= 11,4$$

Câu 4: Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành 5 nhóm như sau:

Nhóm	Tần số
[36; 38)	9
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	21
	$n = 100$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[36; 38)	37	9
[38; 40)	39	15
[40; 42)	41	25
[42; 44)	43	30
[44; 46)	45	21
		$n = 100$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{37 \cdot 9 + 39 \cdot 15 + 41 \cdot 25 + 43 \cdot 30 + 45 \cdot 21}{100} = 41,78$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \left[9 \cdot (37 - 41,78)^2 + 15 \cdot (39 - 41,78)^2 + 25 \cdot (41 - 41,78)^2 + 30 \cdot (43 - 41,78)^2 + 21 \cdot (45 - 41,78)^2 \right]}$$

$$= 2,45$$

Câu 5: Bảng 21 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[20; 30)	25	25
[30; 40)	35	20
[40; 50)	45	20
[50; 60)	55	15
[60; 70)	65	14
[70; 80)	75	6
		n = 100

Bảng 21

Lời giải

Ta có trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi *Bảng 21* là:

$$\bar{x} = \frac{25.25 + 20.35 + 20.45 + 15.55 + 14.65 + 6.75}{100} = \frac{4410}{100} \approx 44$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi *Bảng 21* là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[25.(25-44)^2 + 20.(35-44)^2 + 20.(45-44)^2 + 15.(55-44)^2 + 14.(65-44)^2 + 6.(75-44)^2 \right]$$

$$= \frac{24420}{100} = 244,2.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{244,2} \approx 15,6$.

Câu 6: Điểm thi TN THPT môn Toán của hai lớp 12A và 12B có kết quả cho bởi bảng như sau:

Điểm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 12A	0	2	16	14	8	6
Số học sinh lớp 12B	1	3	13	14	10	5

Tính phương sai và độ lệch chuẩn cho các mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi môn Toán của học sinh lớp 12A và 12B.

Lời giải

Ta có số học sinh của hai lớp cùng bằng 46 học sinh, tức là cỡ mẫu đều bằng 46.

Ta có các giá trị đại diện cho từng nhóm của cả hai lớp là:

$$x_1 = \frac{4+5}{2} = 4,5; \quad x_2 = \frac{5+6}{2} = 5,5; \quad x_3 = \frac{6+7}{2} = 6,5;$$

$$x_4 = \frac{7+8}{2} = 7,5; \quad x_5 = \frac{8+9}{2} = 8,5; \quad x_6 = \frac{9+10}{2} = 9,5.$$

* Đối với lớp 12A:

+ Ta có số liệu trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{0.4,5 + 2.5,5 + 16.6,5 + 14.7,5 + 8.8,5 + 6.9,5}{46} = 7,5.$$

+ Khi đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\begin{aligned}\delta_A^2 &= \frac{0.(7,5-4,5)^2 + 2.(7,5-5,5)^2 + 16.(7,5-6,5)^2 + 14.(7,5-7,5)^2}{46} + \\ &+ \frac{8.(7,5-8,5)^2 + 6.(7,5-9,5)^2}{46} = \frac{28}{23} = 1,217391... \approx 1,217.\end{aligned}$$

+ Độ lệch chuẩn là: $\delta_A = \sqrt{\delta_A^2} = \sqrt{\frac{28}{23}} = 1,103354569... \approx 1,103.$

* Đối với lớp 12B:

+ Ta có số liệu trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{y} = \frac{1.4,5 + 3.5,5 + 13.6,5 + 14.7,5 + 10.8,5 + 5.9,5}{46} = \frac{343}{46} = 7,4565217... \approx 7,46.$$

+ Khi đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\begin{aligned}\delta_B^2 &= \frac{1.(7,46-4,5)^2 + 3.(7,46-5,5)^2 + 13.(7,46-6,5)^2 + 14.(7,46-7,5)^2}{46} + \\ &+ \frac{10.(7,46-8,5)^2 + 5.(7,46-9,5)^2}{46} = 1,389426087... \approx 1,39.\end{aligned}$$

+ Độ lệch chuẩn là: $\delta_B = \sqrt{\delta_B^2} \approx 1,179.$